Chiffres significatifs

Introduction

Grandeur	Nombre de chiffres significatifs
h = 2 m	1
l = 7,8 m	2
L = 341 m	3
$t = 5{,}2.10^{-5}$ s	2
$T = 3{,}90.10^{-3}$ s	3
m = 0,03642 kg	4
M = 0,7100 kg	4

Tableau 1

Le nombre de chiffres significatifs est égal au nombre de chiffres écrits avec la restriction suivante : les zéros situés à gauche, avant le premier chiffre non nul, ne comptent pas car ils disparaissent si on change d'unité, par exemple m = 36,42 g. En revanche les zéros situés à droite, après le dernier chiffre non nul, comptent car ils sont reliés à la précision de la mesure. Les zéros situés entre deux chiffres non nuls comptent.

Exercice 1

Donner le nombre de chiffres significatifs des nombres suivants.

a. 0,4
b. 1,25
c. $1{,}25.10^{4}$
d. 0,012
e. 12,0
f. 0,120
g. 13,408
h. 7,010

Exercice 2

Arrondir les nombres en tenant compte du nombre de chiffres significatifs imposé.

a. 6 243 (2)
b. 0,00 673 8 (3)
c. 240 000 (3)
d. 238,62 (2)
e. 1999,9 (3)
f. 3,145 9 (3)
g. $5{,}001 \times 10^{5}$ (2)
h. $6{,}67 \times 10^{-11}$ (1)

Signification de l'écriture décimale en physique

Les grandeurs physiques sont susceptibles d'être mesurées avec des appareils qui ne sont pas infiniment précis.
Par exemple d= 5,3 cm est une distance mesurée avec un double décimètre gradué au millimètre (dixième de centimètre) près.
On peut donc seulement affirmer que la distance d vérifie l'encadrement :
$5{,}25$ cm $< d <$ $5{,}35$ cm ou $d \in [5{,}25$ cm ; $5{,}35$ cm$]$ ou $d = 5{,}30$ cm $\pm$ $0{,}05$ cm.

Recherche du nombre autorisé de chiffres significatifs

Considérons les dimensions $a = 2{,}76$ cm et $b = 1{,}4$ cm d'un rectangle. La surface est donnée par la relation $S = a \times b$. L'utilisation de la calculatrice électronique donne le résultat suivant $S = 3{,}864$ cm^2. Avons-nous le droit d'écrire le résultat avec quatre chiffres ?

Nous sommes sûrs des valeurs écrites dans le tableau ci-après.

Grandeur	Encadrement	Différence entre le maximum et le minimum
$a = 2{,}76$ cm	$2{,}755$ cm $< a <$ $2{,}765$ cm	0,01 cm
$b = 1{,}4$ cm	$1{,}35$ cm $< b <$ $1{,}45$ cm	0,1 cm
$a \times b$	$3{,}71925$ cm^2 $< a \times b <$ $4{,}00925$ cm^2	0,29 cm^2

Tableau 2

Nous allons considérer différentes hypothèses pour le nombre de chiffres significatifs :

Hypothèse sur $a \times b$ en cm^2	Encadrement	Différence en cm^2	Commentaire
3,864	$3{,}8635 < a \times b < 3{,}8645$	0,001	Faux*
3,86	$3{,}855 < a \times b < 3{,}865$	0,01	Faux*
3,9	$3{,}85 < a \times b < 3{,}95$	0,1	Situation la plus proche de la vérité
4	$3{,}5 < a \times b < 4{,}5$	1	Vrai mais la précision affichée n'est pas très bonne

Tableau 3

* L'intervalle correct se situe à la quatrème ligne du tableau 2, Ce dernier n'est pas inclus dans les intervalles proposés aux lignes 3 et 4 du tableau 3.

Nous allons donc retenir le résultat S = 3,9 cm^2.

Recherche d'une règle pour les produits

Voici un tableau de produits avec un nombre correct de chiffres significatifs.

a	b	a×b
2,9	1,5	4,4
2,76	1,4	3,9
1,6	6,345	10
3,12	2,867	8,94
2,8917	6,25	18,1
4,564	4,564	20,83

Tableau 4

Énoncé de la méthode pour les produits (pareil pour les quotients)

-Effectuer le calcul
-Repérer le nombre de chiffres significatifs de chaque donnée
-Le résultat ne doit pas avoir plus de chiffres significatifs que la donnée qui en contient le moins
-Arrondir convenablement le résultat final

Exemple

$8{,}4.10^{-1}/5{,}44.10^{-4} = 1{,}5.10^3$

Remarque

La notion de chiffre significatif n'est pas à prendre en compte pour les constantes mathématiques. Par exemple le π intervenant dans $S = \pi\, r^2$ et le 4 dans L = 4 a.

Exercice 3

Donner le résultat avec un nombre de chiffres significatifs correct.

a. $6{,}12 \times 4{,}2$
b. $6{,}00 \times 4{,}00 \times 2{,}352$
c. $2{,}1^3$
d. $\frac{9{,}0}{0{,}150}$

e. $\frac{4,2}{2.10^{-3}}$

f. $\frac{120,40}{3,00.10^{8}}$

g. $2\times \pi\times \sqrt{\frac{20,0.10^{-2}}{9,81}}$

h. $9,0.10^{3}\times\frac{|1,60.10^{-12}\times(-1,60.10^{-12})|}{(53.10^{-12})^{2}}$

Enoncé de la méthode pour les additions (pareil pour les soustractions)

-Ecrire les données dans la même unité si ce n'est pas déjà fait
-Effectuer le calcul
-Repérer le nombre de décimales de chaque donnée
-Le résultat ne doit pas avoir plus de décimales que la donnée qui en comporte le moins
-Arrondir convenablement le résultat final

Exemple
$87,3 + 27,48 = 114,8$

Remarque
Par contre quand il n'y a pas de chiffres après la virgule, les opérations s'effectuent de manière classique, par exemple $25 + 3652 = 3677$.

Exercice 4

Donner le résultat avec un nombre de chiffres significatifs correct.

a. $18,1 - 22,43$
b. $10,8 + 0,125 + 4,25$
c. $13,7 + 141$
d. $60,6 - 10,25$
e. $37 + 4206$
f. $6,35.10^{5} + 1,4.10^{5}$
g. $4,0 \times 10^{2} + 4,0 \times 10^{1}$
h. $3,1 \times 10^{-3} + 5,0 \times 10^{-7}$

Réponses des exercices

Exercice 1

a. 1	0,4
b. 3	1,25
c. .3	$1,25.10^4$
d. 2	0,012
e. 3	12,0
f. 3	0,120
g. 5	13,408
h. 4	7,010

Exercice 2

a. $6, 2.10^3$
b. 0,00 674
c. $2,40.10^5$
d. $2,4.10^2$
e. $2,0.10^3$
f. 3,15
g. $5,0 \times 10^5$
h. 7×10^{-7}

Exercice 3

a. 26
b. 56,4
c. 9,3
d. 60
e. 2.10^3
f. $4,01.10^{-7}$
g. $8,97.10^{-1}$
h. $8,2.10^{-8}$

Exercice 4

a. -4,3
b. 15,2
c. 155
d. 50,4
e. 4243
f. $7,8.10^5$
g. $4,4\times10^2$
h. $3,1 \times 10^{-3}$